

**Exercice 1** 2017 AmériqueNord Exo1

Dans tous l'exercice, les valeurs seront, si nécessaire, approchées au millième.  
Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

Dans le cadre de son activité, une entreprise reçoit régulièrement des demandes de devis. Les montants de ces devis sont calculés par son secrétariat. Une étude statistique sur l'année écoulée conduit à modéliser les montants des devis par une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale d'espérance  $\mu = 2900$  euros et départ-type  $\sigma = 1250$  euros.

1. Si on choisit au hasard une demande de devis reçue par l'entreprise, quelle est la probabilité que le montant du devis soit supérieur à 4000 euros ?

**Correction**

On doit donc calculer  $P(4000 \leq X)$  :

Or  $P(4000 \leq X) = P(4000 \leq X \leq +\infty) \approx P(4000 \leq X \leq 10^9) \approx 0,189$ , à la calculatrice « of course »

La probabilité que le montant du devis soit supérieur à 4000 euros est de 0,189.

2. Afin d'améliorer la rentabilité de son activité, l'entrepreneur décide de ne pas donner suite à 10% des demandes. Il écarte celles dont le montant de devis est le moins élevé. Quel doit être le montant minimum d'un devis demandé pour que celui-ci soit pris en compte ? Donner ce montant à l'euro près.

**Correction**

On cherche donc à éliminer les 10% de devis les moins rentables, soit  $P(X \leq m) = 0,1$ , à la calculatrice « again », à l'aide de la touche « INVNormale » ou autre on obtient :

$m = 1298$  euros. Le montant minimum sera de 1298 euros.

**Partie B**

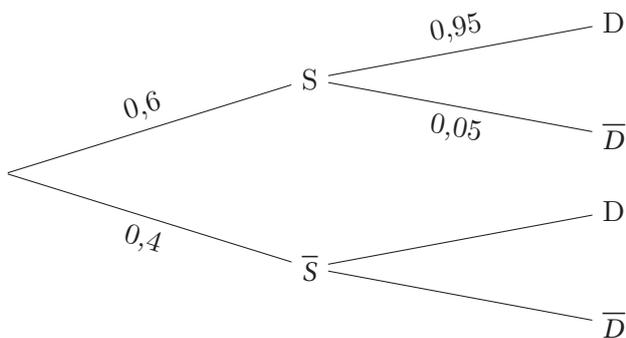
Ce même entrepreneur décide d'installer un logiciel anti-spam. Ce logiciel détecte les messages indésirables appelés spams (messages malveillants, publicités, etc.) et les déplace dans un fichier appelé « dossier spam ». Le fabricant affirme que 95% des spams sont déplacés. De son côté, l'entrepreneur sait que 60% des messages qu'il reçoit sont des spams. Après installation du logiciel, il constate que 58,6% des messages sont déplacés dans le dossier spam. Pour un message pris au hasard, on considère les événements suivants :

- D : « le message est déplacé »
- S : « le message est un spam »

1. Calculer  $P(S \cap D)$ .

**Correction**

Bon cela n'est pas demandé mais faisons toujours un arbre, et puis la planète en manque donc ...



On en déduit que :

On a donc  $P(S \cap D) = P(S) \times P_S(D) = 0,6 \times 0,95 = 0,57$

- 
2. On choisit au hasard un message qui n'est pas un spam. Montrer que la probabilité qu'il soit déplacé est égale à 0,04.

———— Correction ————

Encore une fois lisons correctement l'énoncé, on doit donc calculer :

$$P_{\bar{S}}(D) = \frac{P(\bar{S} \cap D)}{P(\bar{S})}$$

Il nous faut donc calculer :

$P(\bar{S} \cap D)$ , or nous savons que  $P(D) = P(\bar{S} \cap D) + P(S \cap D)$ , ainsi avec les résultats précédents et l'énoncé on obtient :

$$P(\bar{S} \cap D) = P(D) - P(S \cap D) = 0,586 - 0,57 = 0,016, \text{ d'où on en déduit que :}$$

$$P_{\bar{S}}(D) = \frac{P(\bar{S} \cap D)}{P(\bar{S})} = \frac{0,016}{0,4} = 0,04$$

---

3. On choisit au hasard un message non déplacé. Quelle est la probabilité que ce message soit un spam ?

———— Correction ————

On doit donc calculer :

$$P_{\bar{D}}(S) = \frac{P(\bar{D} \cap S)}{P(\bar{D})} = \frac{0,6 \times 0,05}{0,586} \approx 0,051$$

---

4. Pour le logiciel choisi par l'entreprise, le fabricant estime que 2,7% des messages déplacés vers le dossier spam sont des messages fiables. Afin de tester l'efficacité du logiciel, le secrétariat prend la peine de compter le nombre de messages fiables parmi les messages déplacés. Il trouve 13 messages fiables parmi les 231 messages déplacés pendant une semaine.

Ces résultats remettent-ils en cause l'affirmation du fabricant ?

———— Correction ————

Et nous finissons cet exercice avec un peu de fluctuation :

Comme  $n > 30$ ,  $np > 5$  et  $n(1-p) > 5$

- $p = 0,027$
- $n = 231$
- $f = 0,056$
- Par défaut :  
borne inf =  $p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0,006$
- Par excès :  
borne sup =  $p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0,048$

L'intervalle de fluctuation est donc

$$I_f = [0,006; 0,048]$$

Donc  $f \notin I_f$ , on rejette donc l'affirmation du fabricant au risque 5%, ces résultats remettent clairement en cause l'affirmation du fabricant, qui semble un peu escroc (au risque 5%).

---