

---

**Exercice 1**

---

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.

On note :

- $S$  l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- $M$  l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

1. On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98 ;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

(a) À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de  $P(M)$ ,  $P_M(S)$  et  $P_{\bar{M}}(\bar{S})$ .

---

**Correction**

---

i.  $P(M) = \frac{1}{500} = 0,002$

ii.  $P_M(S) = 0,98$

iii.  $P_{\bar{M}}(\bar{S}) = 0,98$

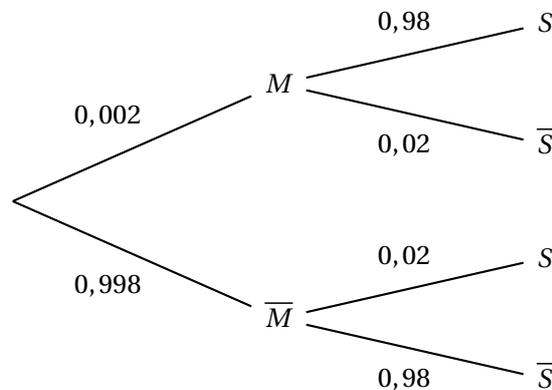
---

(b) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous illustrant cette situation.

---

**Correction**

---



(c) Montrer que :  $P(S) = 0,02192$ .

---

**Correction**

---

D'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(S \cap M) + P(\bar{S} \cap M)$$

$$P(S) = P(M) \times P_S(M) + P(\bar{M}) \times P_{\bar{M}}(S)$$

$$P(S) = 0,002 \times 0,98 + 0,998 \times 0,02$$

$$P(S) = 0,02192$$

---

(d) En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. (On arrondira le résultat à  $10^{-3}$ .)

Correction

$$P_S(M) = \frac{P(S \cap M)}{P(S)}$$
$$P_S(M) = \frac{0,002 \times 0,98}{0,02192}$$
$$P_S(M) \approx 0,2235$$

La probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique est d'environ 0,224

2. 80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0,02192. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 80 personnes de ce groupe.

(a) Justifier que  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

Correction

On répète 80 fois une expériences de Bernoulli, de manière indépendante, avec une probabilité de succès  $p$  égale à 0,02192.

$X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n = 80$  et  $p = 0,02192$ .

$$X \sim \mathcal{B}(80 ; 0,02192)$$

(b) Calculer l'espérance de  $X$  et interpréter le résultat.

Correction

$$E(X) = np$$
$$E(X) = 80 \times 0,02192$$
$$E(X) = 1,7536$$

(c) Sans le justifier, donner la valeur arrondie à  $10^{-3}$  de :

- la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique ;

Correction

“ Comme toujours ”au moins” ← ”au minimum”. Je pense aussi à l'événement contraire.

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X < 1)$$
$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0)$$
$$p(X \geq 1) = 1 - 0,1698$$
$$p(X \geq 1) = 0,8302$$

- la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

Correction

D'après la calculatrice, on a :

$$P(X \leq 5) = 0.9916230759660508$$

(d) Sans le justifier, donner la valeur du plus petit entier  $n$  tel que  $P(X \leq n) \geq 0,9$ .

Correction

---

$$P(X \leq n) \geq 0,9$$

D'après la calculatrice :

$k$	$p(x \leq k)$
0	0,1698
1	0,47425
2	0,74376
3	0,90079
4	0,96854
5	0,99162
6	0,99809
7	0,99962

Donc la valeur de  $n$  tel que  $P(X \leq n) \geq 0,9$  est  $n = 3$ .

---

---