Exercices 1.

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied. Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près. Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

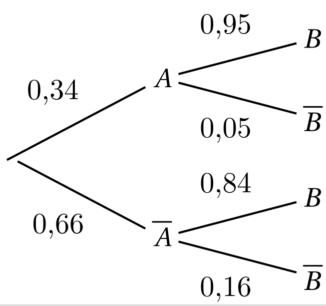
On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : « le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes » ;
- B : « le coureur a moins de 60 ans ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :

Correction



2. (a) Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.

Correction

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) \times P_A(\overline{B})$
$P(A \cap \overline{B}) = 0,34 \times 0,05$
$P(A \cap \overline{B}) = 0,017$
Environ 1,7 % des coureurs ont terminé le marathon en moins de 234 minutes et sont âgés de plus de 60 ans

(b) Vérifier que $P\left(\overline{B}\right) \approx 0,123$.

Correction

$P\left(\overline{B}\right) = P\left(A \cap \overline{B}\right) + P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$
$P\left(\overline{B}\right) = P(A) \times P_A\left(\overline{B}\right) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)$
$P\left(\overline{B}\right) \approx 0,017 + 0,66 \times 0,16$
$P\left(\overline{B}\right) \approx 0,123$

(c) Calculer $P_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Correction

$P_{\overline{B}}(A) = \dfrac{P\left(A \cap \overline{B}\right)}{P(\overline{B})}$
$P_{\overline{B}}(A) \approx \dfrac{0,017}{0,123} \approx 0,137$
Parmi les coureurs de plus de 60 ans, 13,7% ont fini la course en moins de 234 minutes.

Partie B On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 39$.

1. Calculer $P(210 \leqslant T \leqslant 270)$.

   Correction

   $P(210 \leqslant T \leqslant 270) \approx 0,5434$

2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon. Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.

   Correction

   $P_{(210 \leqslant T \leqslant 270)}(T \leqslant 240) = \dfrac{P\left(210 \leqslant T \leqslant 270) \cap (T \leqslant 240)\right)}{P(210 \leqslant T \leqslant 270)}$
   $P_{(210 \leqslant T \leqslant 270)}(T \leqslant 240) = \dfrac{P\left(210 \leqslant T \leqslant 240\right)}{P(210 \leqslant T \leqslant 270)}$
   $P_{(210 \leqslant T \leqslant 270)}(T \leqslant 240) \approx 0,453$
   Parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon, 45,3 % des coureurs ont terminé la course en moins de 240 minutes.

3. (a) Calculer $P(T \leqslant 300)$.

   Correction

   $P(T \leqslant 300) \approx P(-10^9 \leqslant T \leqslant 300) \approx 0,9$

   (b) Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t, arrondi à l'unité, vérifiant $P(T \geqslant t) = 0,9$.

   Correction

   On recherche t tel que $P(T \geqslant t) = 0,9$.
   Or $P(T \geqslant t) = 0,9 \Longleftrightarrow P(T \leqslant t) = 1 - 09$.
   Donc $P(T \leqslant t) = 0,1$.
   D'après la calculatrice $t \approx 200$

   (c) Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

   Correction

   90% des coureurs terminent la course en plus de 200 min.