

Arbre binaire de recherche

Définition

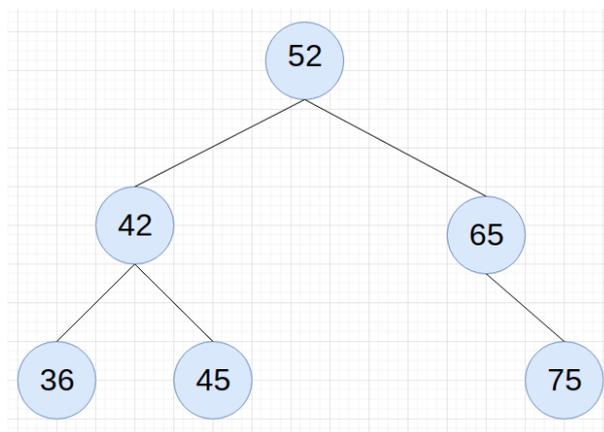
Définition

Arbre binaire de recherche

Arbre binaire de recherche. Il s'agit d'un arbre binaire dans lequel toutes les valeurs dans le sous-arbre gauche d'un noeud sont inférieures à la valeur à la racine de l'arbre et toutes les valeurs dans le sous-arbre droit d'un noeud sont supérieures ou égales à la valeur à la racine de l'arbre.

Exercice 1 ★

Insérer la clé 43 et la clé 68 dans l'arbre suivant.

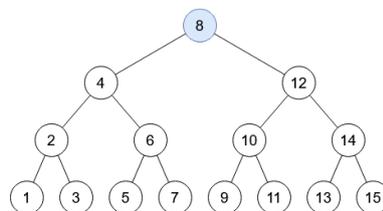


Autres définitions

Définition

Arbre binaire parfait

Un arbre est dit **parfait** si tous les niveaux sont remplis et dont toutes les feuilles sont à la même profondeur (le dernier niveau est complètement occupé).



Propriété

Taille et hauteur d'un arbre parfait

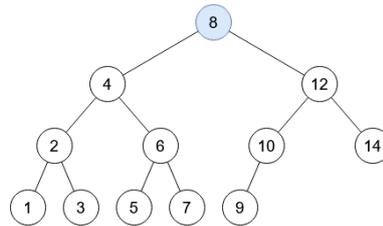
On considère un arbre parfait dont h la hauteur de l'arbre et t sa taille, alors :

$$t = 2^{h-1} \text{ ou } h = \log_2(t) + 1$$

Définition

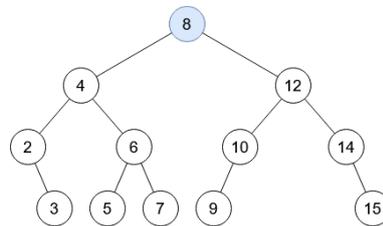
Arbre binaire complet

Un arbre binaire est **complet** tous les niveaux de l'arbre sont remplis, sauf éventuellement le dernier, sur lequel les nœuds (feuilles) sont à gauche.



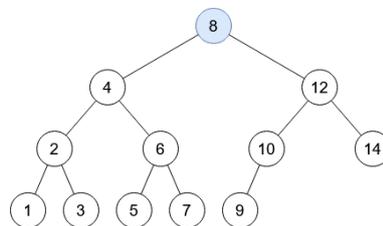
Définition

Arbre binaire équilibré Un arbre binaire est **équilibré** si tous les chemins de la racine aux feuilles ont la même longueur.



Définition

Arbre binaire dégénéré Un arbre binaire est **dégénéré** si chacun de ses nœuds a au plus un fils.



Propriété

Taille et hauteur d'un arbre dégénéré

On considère un arbre dégénéré dont h la hauteur de l'arbre et t sa taille, alors :

$$t = h$$

Propriété

Taille et hauteur d'un arbre binaire

On considère un arbre binaire dont h la hauteur de l'arbre et t sa taille, alors :

$$\log_2(t) + 1 \leq h \leq t$$

Algorithme sur les arbres

● Recherche

Complète l'algorithme suivant, pour qu'il renvoie **vrai** si l'élément recherché (clé) appartient à l'arbre et **Faux** sinon.

```
fonction recherche(a : abr, clé : élément)
  Si a vide
    retourner Faux
  Sinon
    e = étiquette de a
    Si e == clé
      retourner .....
    Sinon si e < clé
      retourner .....
    Sinon
      retourner .....
```

● Insertion

Complète l'algorithme suivant, pour qu'il insère une clé dans un arbre binaire de recherche.

i L'insertion d'un nœud commence par une recherche : on cherche la clé du nœud à insérer ; lorsqu'on arrive à une feuille, on ajoute le nœud comme fils de la feuille en comparant sa clé à celle de la feuille : si elle est inférieure, le nouveau nœud sera à gauche ; sinon il sera à droite.

```
fonction insertion(a : ABR, clé : élément)
  Si a vide
    retourner ABR(...)
  Sinon
    e = étiquette de a
    Si e < clé
      retourner ABR(...)
    Sinon
      retourner ABR(...)
```