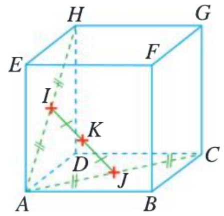
•• Position relative

13 **Représenter**

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous.



1. Conjecturer la position relative des droites suivantes, puis recopier et compléter le tableau suivant en cochant les cases appropriées.

Droites	Coplanaires	Sécantes	Parallèles	Orthogonales
(AJ) et (AK)				
(IH) et (GA)				
(FK) et (AD)				
(HC) et (IJ)				
(AJ) et (EA)				

•• Produit scalaire

23 **Calculer**

On se place dans une base orthonormée de l'espace. Calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$ dans chacun des cas suivants.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}-3{,}5\\2\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\5{,}5\\-3\end{pmatrix}$ **2.** $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\\frac{15}{7}\\-\frac{12}{11}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\\frac{14}{3}\\-\frac{22}{4}\end{pmatrix}$

•• Norme

24 **Calculer**

On se place dans une base orthonormée de l'espace. Calculer $\|\vec{u}\|$ dans chacun des cas suivants.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}12\\-9\\15\end{pmatrix}$ **2.** $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ **3.** $\vec{u}\begin{pmatrix}3\sqrt{2}\\-5\sqrt{2}\\4\sqrt{2}\end{pmatrix}$

•• Orthogonalité

26 On se place dans une base orthonormée de l'espace. Dans chacun des cas suivants, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}14\\4\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}7\\2\\-1\end{pmatrix}$ **2.** $\vec{u}\begin{pmatrix}-18\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\32\\8\end{pmatrix}$

3. $\vec{u}\begin{pmatrix}19\\27\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\4\\13\end{pmatrix}$ **4.** $\vec{u}\begin{pmatrix}34\\2\\-12\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\33\\-3\end{pmatrix}$

•• Position relative

36 Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(5\,;-1\,;-9)$, $B(7\,;3\,;-7)$, $C(9\,;13\,;19)$ $D(11\,;15\,;13)$ et $E(15\,;19\,;1)$.

1. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

2. a. Montrer que $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

b. Que peut-on en déduire pour le point E ?

3. a. Montrer que $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

b. Que peut-on en déduire pour le point E ?

4. Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (CD) ?

•• Position relative

28 On se place dans un repère orthonormé de l'espace. Soient d la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ et d' la droite passant par B et de vecteur directeur $\vec{v}$. Dans chaque cas, déterminer si les droites d et d' sont orthogonales.

1. $A(13\,;-6\,;1)$, $B(3\,;4\,;-7)$, $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-4\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-1\\-3\end{pmatrix}$

2. $A(-5\,;23\,;7)$, $B(1\,;9\,;4)$, $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\-4\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\-3\\7\end{pmatrix}$

3. $A(11\,;2\,;-3)$, $B(-3\,;2\,;5)$, $\vec{u}\begin{pmatrix}9\\-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}0{,}2\\0{,}3\\0{,}4\end{pmatrix}$

Dans chaque cas, verifier si elles sont sécantes.

•• Vecteur normal

42 **Raisonner, calculer**

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(1\,;-1\,;1)$, $B(-2\,;1\,;8)$ et $C(7\,;3\,;3)$.

1. a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b. Montrer que les points A, B et C définissent un plan.

2. On nomme $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ (avec a, b et c réels) un vecteur normal au plan (ABC).

a. Montrer que les coordonnées de $\vec{n}$ vérifient le système : $\begin{cases}-3a+2b+7c=0\\6a+4b+2c=0\end{cases}$

b. Montrer que ce système est équivalent au système :

$$\begin{cases}a=c\\b=-2c\end{cases}$$

c. Donner trois vecteurs normaux au plan (ABC).

d. Comment peut-on écrire de manière générale les coordonnées d'un vecteur normal au plan (ABC) ?