Exercices types

Exercice 1 Exercices type

On considère la fonction f définie sur $[-10\ ;\ 3]$ par :

$$f(x) = -5x^3 - 16x$$

Démontrer que l'équation $f(x) = 3568$, admet une unique solution sur l'intervalle $[-10\ ;\ 3]$, notée α.Déterminer un encadrement de α à 10^{-1} près.

Exercice 2

On considère la fonction f dont on donne le tableau de variations ci-dessous.

x	-20	-7	4	9	15	20
$f(x)$	15 ↘	5 ↗	14 ↘	3 ↗	6 ↘	-1

1. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 7$?

Exercice type bac

Exercice 3 Type bac

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{3x} - (6x+1)e^x$$

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f sur $\mathbb{R}$.

•• Partie A - Étude d'une fonction auxiliaire

On définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 3\mathrm{e}^{2x} - 6x - 7$

1. (a) Déterminer la limite de la fonction g en $-\infty$.
   (b) Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.
2. (a) On admet que la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note g' sa fonction dérivée. Démontrer que pour tout nombre réel x, on a $g'(x) = 6e^{2x} - 6$.
   (b) Étudier le signe de la fonction dérivée g' sur $\mathbb{R}$.
   (c) En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$. Vérifier que la fonction g admet un minimum égal à -4.
3.
4. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions, non nulles, notée α et β, dont on donnera des encadrements d'amplitude 10^{-1}
5. Déduire des questions précédentes le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

•• Partie B - Étude de la fonction f

1. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' sa fonction dérivée.

   Démontrer que pour tout nombre réel x, on a $f'(x) = e^x g(x)$, où g est la fonction définie dans la partie A.

2. En déduire alors le signe de la fonction dérivée f' puis les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. Pourquoi la fonction f n'est-elle pas convexe sur $\mathbb{R}$? Expliquer.