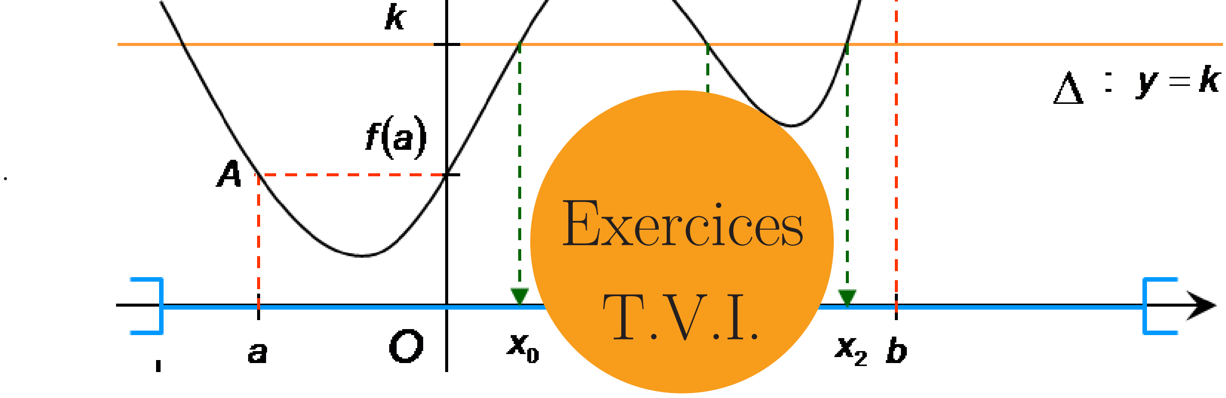
# Exercices T.V.I.




### Exercice 1

**36** **Raisonner**

On désigne par $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[-10\,;8]$, dont le tableau de variation est le suivant.

| $x$ | $-10$ | | $-4$ | | $5$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | ↗ | $10$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $15$ |

Déterminer le nombre de solutions sur $[-10\,;8]$ de chacune des équations suivantes.

1. $f(x)=0$
2. $f(x)=11$
3. $f(x)=-7$

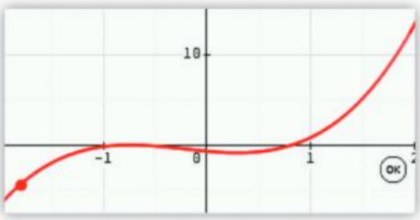
### Exercice 2

**40** **Raisonner**

On considère la fonction $f$ définie sur $[-2\,;2]$ par :

$$f(x)=\frac{3}{2}x^3+x^2-x-\frac{2}{3}$$

et sa représentation graphique, tracée à la calculatrice.




1. Conjecturer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ sur $[-2\,;2]$.
2. a. Justifier que $f$ est continue sur $[-2\,;2]$.
b. Étudier les variations de $f$.
c. Peut-on valider la conjecture précédente ?

### Exercice 3

**65** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=-x^4+2x^3+3x+1.$$

1. Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. a. Étudier les variations de $f'$.
b. Justifier que l'équation $f'(x)=0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$, que l'on notera $\alpha$. Donner un encadrement de $\alpha$ entre deux entiers consécutifs.
c. En déduire le tableau de signes de $f'$.
3. Étudier les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$.

### Exercice 4

## Partie A

Soit $u$ la fonction définie sur l'intervalle $[1\;;\;+\infty[$ par :

$$u(x)=x^3-2x^2+x-2$$

1. Déterminer la limite de la fonction $u$ en $+\infty$.
2. Étudier les variations de la fonction $u$ sur $[1\;;\;+\infty[$.
3. Démontrer qu'il existe un unique réel $c$ de $[1;+\infty[$ tel que $u(c)=0$.
4. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement au centième de $c$.

## Partie B

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]1\;;\;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{x^3+3}{x-1}$$

On nomme $\mathscr{C}$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal du plan et $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y=x$.

1. Soit $a$ un réel strictement supérieur à 1.
Justifier que la tangente $\mathscr{T}_a$ à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $a$ est parallèle à la droite $\mathscr{D}$ si, et seulement si, $f'(a)=1$.
2. (a) Soit $g$ la fonction définie sur l'intervalle $]1\;;\;+\infty[$ par :

$$g(x)=f'(x)-1$$

Démontrer que, pour tout réel $x$ de l'intervalle $]1\;;\;+\infty[$, $g(x)=\dfrac{2u(x)}{(x-1)^2}$, $u$ étant la fonction définie dans la **partie A**.

(b) En déduire l'existence d'une unique tangente à $\mathscr{C}$ parallèle à la droite $\mathscr{D}$