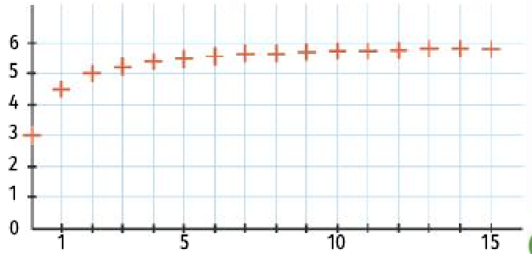
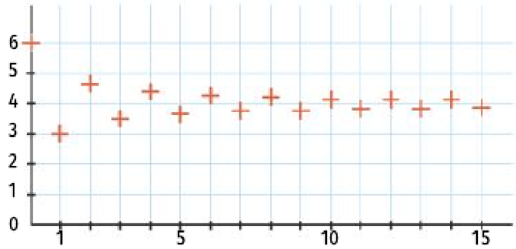
Définition

19 Conjecturer un majorant de la suite définie sur $\mathbb{N}$ représentée ci-dessous.



20 Conjecturer la limite de la suite définie sur $\mathbb{N}$ représentée ci-dessous.



21 Soit (w_n) la suite définie, pour tout entier naturel n non nul, par $w_n = 2 + \frac{1}{\sqrt{n}}$.

1. a. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, on a $w_n \in]1{,}99\,;2{,}01[$.

b. Déterminer le plus petit entier n_1 tel que, pour tout $n \geqslant n_1$, on a $|w_n - 2| \leqslant 10^{-4}$.

c. Soit ε un nombre réel strictement positif. Déterminer le plus petit entier n_2 tel que, pour tout $n \geqslant n_2$, on a $w_n \in]2-\varepsilon\,;2+\varepsilon[$.

2. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

23 Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = -5n^2$.

1. a. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, on a $v_n \leqslant -720$.

b. Déterminer le plus petit entier n_1 tel que, pour tout $n \geqslant n_1$, on a $v_n \leqslant -3\,125$.

c. Soit A un nombre réel. Déterminer le plus petit entier n_2 tel que, pour tout $n \geqslant n_2$, on a $v_n \leqslant A$.

2. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

Opérations sur les limites

13 **Chercher, calculer**

Déterminer la limite des suites ci-dessous, définies pour tout entier naturel n non nul par les expressions suivantes.

1. $u_n = -n^2 - 3n + 5$
2. $v_n = n^3\left(2 + \frac{3}{n^2}\right)$
3. $w_n = (3-5n)(n^3-4)$
4. $x_n = \sqrt{n}(n^2+2n)$

16 **Raisonner, calculer**

On considère la suite (u_n), définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n^2 - 8n + 2$.

1. a. Sans transformer u_n, expliquer pourquoi le calcul de la limite de (u_n) donne une forme indéterminée.

b. Factoriser $3n^2 - 8n + 2$ par son terme de plus haut degré, c'est-à-dire $3n^2$. En déduire la limite de (u_n).

2. En utilisant la même méthode, calculer les limites des suites (v_n) et (w_n) définies pour tout entier naturel n par :

a. $v_n = -2n^2 + 4n - 5$;

b. $w_n = 5n^3 - 3n^2 - 7n + 9$;

c. $x_n = 10n^2 - 5n^4 + 7$.

17 On considère la suite (u_n), définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{2n-4}{n^2+1}$.

1. a. Sans transformer u_n, expliquer pourquoi le calcul de la limite de (u_n) donne une forme indéterminée.

b. En factorisant le numérateur et le dénominateur par leur terme de plus haut degré, montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a $u_n = \dfrac{2\left(1-\frac{4}{2n}\right)}{n\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}$.

c. En déduire la limite de (u_n).

2. En utilisant la même méthode, calculer les limites des suites (v_n) et (w_n) définies pour tout entier naturel n par :

a. $v_n = \frac{2-5n}{4n+7}$ **b.** $w_n = \frac{-n^3-10n+4}{2n^2+3n+1}$