

# Chapitre 3

## Complément sur la dérivation - Exercices

### Exercice 1 Application

Donner les dérivées des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 6}$  sur  $\mathbb{R}$
2.  $f(x) = e^{3x^4 - 7x^3 + 2}$  sur  $\mathbb{R}$
3.  $h(x) = \frac{1}{(9x^2 - 3x + 6)^3}$  sur  $\mathbb{R}$

### Exercice 2 Application

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3 + xe^{1-x}$

- Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = 3 + \frac{xe}{e^x}$
- Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ .
- Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

### Exercice 3 Application

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-3 ; +\infty[$  par  $f(x) = 2x\sqrt{x+3}$

- Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  sur  $] -3 ; +\infty[$ .
- Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

### Exercice 4 ★

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 10]$  par :  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^3 + 21x^2 + 12$ .

1. Calculer  $f'(x)$  et  $f''(x)$
2. (a) Dresser le tableau de variations de  $f$ .  
(b) En déduire le tableau de signes de  $f'$ .
3. Étudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

### Exercice 5 Etude de fonction

La taille d'une population de rongeurs exprimée en centaines d'individus, est modélisée par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par

$f(t) = \frac{3e^{0,5t}}{e^{0,5t} + 2}$ , où  $t$  représente le temps écoulé depuis l'année 2015, exprimé en années.

1. (a) Calculer  $f(0)$  et interpréter ce résultat.  
(b) Montrer que  $f'(t) = 30,5te + 2$   
(c) Conjecturer la limite de  $f$  quand  $t$  tend vers  $+\infty$ .
2. (a) Montrer que pour tout réel  $t$  de  $[0; +\infty[$ ,  $f'(t) = \frac{3e^{0,5t}}{(e^{0,5t} + 2)^2}$   
(b) Établir le tableau de variation de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
3. Recopier et compléter le programme ci-dessous afin que la fonction rongeur retourne l'année à partir de laquelle il y aura plus de 250 rongeurs.

```
1 from math import *
2
3 def rongeur():
4     t = 0
5     p = 1
6     while ..... :
7         t = t + 1
8         p =
9         - 3*exp(0.5*t)/(exp(0.5*t)+2)
10    return .....
```