6 Vecteurs - Partie 1

i Objectifs :

— Associer un vecteur à une translation.

— Connaître le sens des mots direction, sens et norme.

— Savoir utiliser l'égalité de 2 vecteurs (parallélogramme ou milieu)

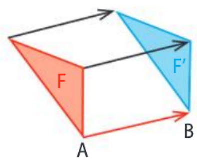
— Déterminer la somme de 2 vecteurs

— *Relation de Chasles*

— Produit d'un vecteur par un nombre réel

Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Situation :
Sur la figure ci-contre, on a construit l'image F' de la figure F par la translation qui transforme A en B.
La flèche que l'on a tracée allant de A jusqu'à B indique la direction, le sens et la longueur du déplacement que l'on doit effectuer pour construire l'image d'un point.



Définition

Vecteur

Soit A et B deux points du plan. La translation qui transforme A en B est appelée translation de vecteur AB

Propriété

Prorpiété d'un vecteur

Lorsque A et B sont distincts, le vecteur AB est caractérisé par :

— sa direction : celle de la droite (AB) ;

— son sens : de A vers B ;

— sa longueur : la longueur AB. Cette longueur est appelée norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Notation

La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est noté $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

Égalité de deux vecteur

Définition

Égalité de 2 vecteurs

Soit $A,\ B,\ C$ et D quatre points.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux signifie que D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. On note $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

Propriété

Egalité des propriétés des vecteurs

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si, et seulement si, ils ont la même direction, le même sens et la même norme.

Propriétés

Propriétés liées au parallélogramme

Soit A, B, C et D quatre points.

1. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.
2. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

Propriété

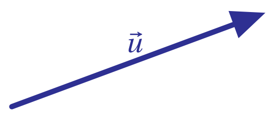
Propriété liée au milieu d'un segment

Soit A et B deux points distincts. Le point I est le milieu de $[AB]$ si, et seulement si, $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.

Définition

Une nouvelle notation

Comme un vecteur est associé à une translation, on peut le tracer à partir de n'importe quel point du plan.
Pour le nommer on utilisera une seul lettre minuscule surmonter d'une flèche, souvent $\vec{u}$ sans préciser d'origine et d'extrémité.
On peut donc représenter un vecteur non nul par une flèche dont on ne nomme ni l'origine ni l'extrémité.



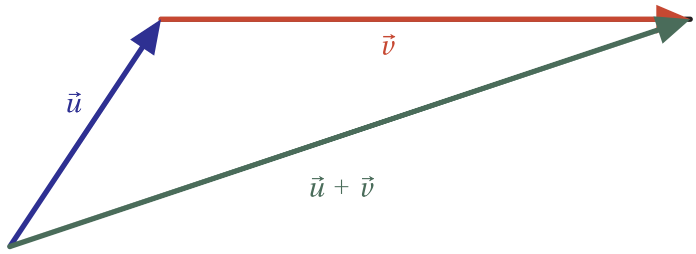
$\overrightarrow{AB}$ est le **représentant** d'origine A du vecteur $\vec{u}$. Son extrémité est le point B.

Le vecteur dont les représentants sont $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{BB}$, $\overrightarrow{CC}$ ... est appelé vecteur nul. On le note $\vec{u}$.

Propriété

Somme de 2 vecteurs

En enchaînant la translation de vecteur $\vec{u}$ et celle de vecteur $\vec{v}$, on obtient une nouvelle translation.
Le vecteur qui lui est associé est appelé somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et noté $\vec{u} + \vec{v}$

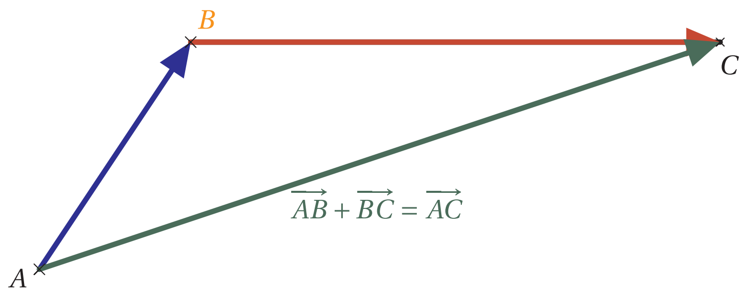


Propriété

Relation de Chasles

Pour tous points du plan A, B et C, on a :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



Propriété

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ par un nombre réel k, noté $\overrightarrow{ku}$, est défini en distinguant trois cas.

- Si $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ alors $\overrightarrow{ku} = \vec{0}$.
- Si $k > 0$ et $\vec{u} \neq \vec{0}$: $\overrightarrow{ku}$ a même direction et même sens que $\vec{u}$ et sa norme est $k\|u\|$
- Si $k < 0$ et $\vec{u} \neq \vec{0}$: $\overrightarrow{ku}$ a même direction que $\vec{u}$, le sens contraire à celui de $\vec{u}$ et sa norme est $(-k)\|u\|$