

•• Equation

Définition

Une équation d'inconnue x est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu x . Résoudre dans un ensemble E une telle équation, c'est déterminer toutes les valeurs de x appartenant à E qui rendent l'égalité vraie. Ces valeurs sont les solutions de l'équation. On dit que deux équations sont équivalentes lorsqu'elles ont les mêmes solutions.

Propriété

Les manipulations algébriques suivantes transforment une équation en une équation équivalente.

- Ajouter (ou soustraire) un même nombre aux deux membres d'une équation.
- Multiplier (ou diviser) les deux membres d'une équation par un même nombre non nul.
- Développer, factoriser, réduire l'un des membres de l'équation.

•• Produit nul

Propriété

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des deux facteurs est nul.
 $A \times B = 0$ si et seulement si $A = 0$ ou $B = 0$

Produit nul

Propriété

Si $(ax + b)(cx + d) = 0$ alors, d'après la propriété précédente, soit $ax + b = 0$ soit $cx + d = 0$. Résoudre une équation produit revient à résoudre deux équations du premier degré.

Equation produit

•• Quotient nul

Propriété

Un quotient de deux nombres réels est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \iff A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0$$

Quotient nul

Exercice 1

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Multiplier le carré du nombre choisi par 16
- Soustraire 81

1. Quel est le résultat du programme de calcul si je choisis 3 comme nombre de départ ?
2. En appliquant le programme de calcul, on trouve 0. Quel nombre avait-on pris au départ ?

Exercice 2 ★

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R}

- a. $3x - 8 = 5x + 8$
- b. $65 + 2x = -3x - 56$
- c. $\frac{9}{4}x + 2 = 3x + \frac{5}{7}$

Exercice 3 ★

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R}

- a. $(x + 5)(x - 7) = 0$
- b. $(7x + 9)(5x - 8) = 0$
- c. $9x^2 + 12x + 2 = 0$
- d. $(4x - 7)(3x - 2) + (4x - 7)((5x + 12) = 0)$

Exercice 4 ★

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R}

- a. $\frac{5x + 2}{3x + 4} = 8$
- b. $\frac{2x - 1}{2x} = \frac{x + 6}{x + 2}$

Exercice 5 ★

La puissance électrique P (en watts) reçue par un conducteur ohmique de résistance R (en ohms) parcouru par un courant d'intensité I (en ampères) est définie par la relation $P = R \times I^2$ (P , R et I non nuls).

1. Exprimer la résistance R en fonction de I et P .
2. Un conducteur ohmique parcouru par un courant de 20 A reçoit une puissance de 2 kW. Quelle est la résistance de ce conducteur ?
3. Exprimer l'intensité I en fonction de P et R .