Chapitre 3 : Fonction - Point de vue graphique

Définitions et propriétés

On peut représenter une fonction comme une machine qui transforme un nombre en un autre. L'exemple suivant représente la fonction qui à un nombre associe son double. On la note $f(x) = 2x$ ou $f : x \mapsto 2x$.

Antécédant (*x : le nombre qui entre*)

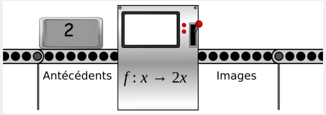
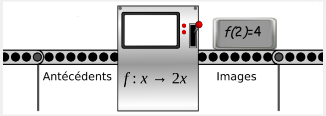


Image (*f(x) :le nombre qui sort*)



Définition — Fonction

Une fonction est un processus qui associe à chaque nombre **un unique nombre** appelé image.

Définitions — Image & antécédent

Si f est une fonction et x un nombre :

- $f(x)$ (*se lit f de x*) est `l'image` de x par f
- x est un **`antécédent`** de $f(x)$ par f

Définition — Domaine de définition

L'ensemble des nombres acceptés par une fonction f, s'appelle **`le domaine de définition`**

Propriété

Soit f une fonction donc le domaine de définition est noté D_f. Alors

- Pour tout nombre $x \in D_f$, l'image de x est **unique**.
- Soit $y \in \mathbb{R}$, y, il peut y avoir aucun, un ou plusieur antécédents au nombre y

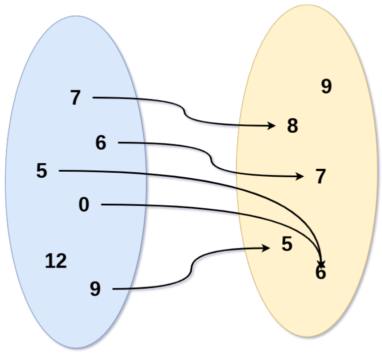
Définition — Représentation graphique

Une fonction peut être définie à partir d'un graphique. La courbe sur le graphique ci-dessous (*exercice 2*) représente une fonction f.

Chaque point de cette courbe a pour coordonnées $(\mathbf{x}; \mathbf{f(x)})$.
Il faut donc lire les **antécédents** sur l'axe des **abscisses** (horizontal) et les **images** sur l'axe des **ordonnées** (vertical).

Exercice 1

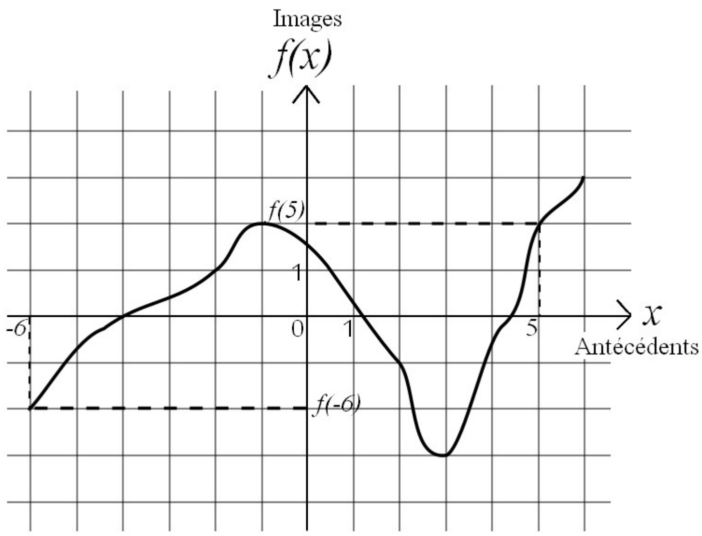
On considère la fonction f définie par les associations suivantes :



1. Quelle est l'image de 5 par f ? ....
2. Déterminer $f(7)$ . ...
3. Déterminer un antécédent de 6. ....
4. Déterminer un antécédent de 9. ....

Exercice 2

On considère la fonction f définie par le graphique suivant :



Déterminer graphiquement

- $f(5) =$ ....
  Autrement dit, l'image de ...par f est ....
- $f(-6) =$ ....
  Autrement dit, un antécédent de ...par f est ....
- $f(2) =$ ....
- $f(-4) =$ ....

Résolution graphique d'une equation

•Équation de type $f(x) = k$

On suppose que f est définie sur D et que C_f est la courbe repésentative de f.

Propriété

Résoudre l'équation $f(x) = k$ revient à chercher **tous** les antécédants de k par la fonction f.

Propriété

Graphiquement, les solutions de $f(x) = k$sont les **abscisses** de tous les points d'intersection entre la courbe, C_f et la droite d'équation $y = k$.

Notation

L'ensemble des solutions est noté sous la forme d'un ensemble $S = \{x_1, x_2, ...\}$

•Équation de type $f(x) = g(x)$

On supposera que f et fg sont définies sur D et que $\mathscr{C}_f$ et $C\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonction f et g.

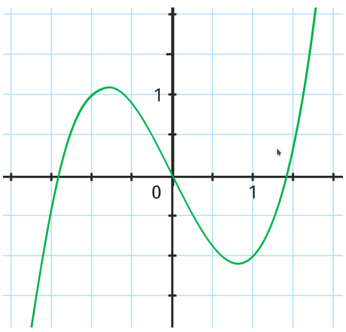
Définition

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont **tous** les réels x de D qui ont la même image par f et par g.

Propriété

Graphiquement, les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les **abscisses** de tous les points d'intersection entre la courbe, C_f et C_g .

Exercice 3

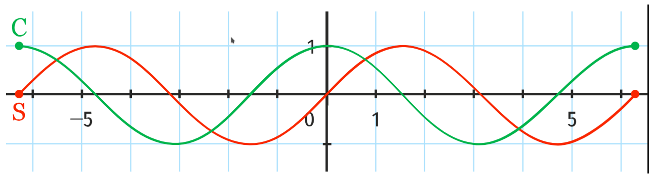


Soit $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f.

1. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$
2. Avec la précision permise par le graphique, donner les solutions de l'équation $f(x) = -1$

Exercice 4

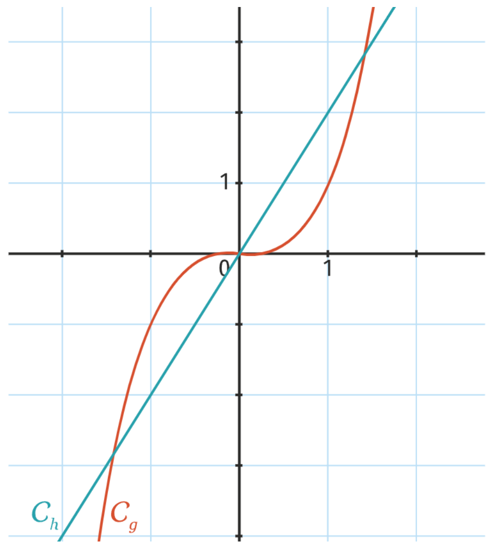
On considère la représentation graphique des fonctions C et S tracée ci-dessous :



1. (a) Combien de solutions possède l'équation $C(x) = 0$
   (b) Combien de solutions possède l'équation $S(x) = 0,5$
   (c) Avec la précision permise par le graphique, donner les solutions des équations $S(x) = 1$, $C(x) = 0$ et $C(x) = 3$
2. Combien de solutions possède l'équation $S(x) = C(x)$
3. Donner les solutions des équations $S(x) = C(x)$,

Exercice 5

Soit $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de g et$h$.



1. Résoudre $g(x) = 1$
2. Combien de solutions l'équation $g(x) = h(x)$ admet-elle ?
3. Avec la précision permise par le graphique, donner les solutions de l'équation $g(x) = h(x)$.