Thème 1

Représentation des données

Partie A : Les codages binaire, hexadécimaux et ASCII

Partie B : L'algèbre de Boole

Partie C : Le codage des nombres négatifs

Partie D : Le codage des nombres réel

Le codage binaire des nombres naturels

Thème 1 - Partie A

Introduction

•Retour sur le système décimal

Nous sommes habitués à utiliser l'écriture en base 10 des entiers.
Pour coder les nombres nous avons à disposition dix symboles 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
Ces symboles sont appelés **chiffres**

Et pour coder les nombres supérieurs à 9, on utilisera une combinaison de chiffres, dont la valeur dépend de la **position** de chaque chiffre.

Exemple

Ainsi mille deux cent trente sept s'écrit en base 10 à l'aide de 4 chiffres.

1 237

.

m	c	d	u
1	2	3	7

On sait donc que :

$$1237 = 1 \times \underbrace{1\ 000}_{10^3} + 2 \times \underbrace{100}_{10^2} + 3 \times \underbrace{10}_{10^1} + 7 \times \underbrace{1}_{10^0}$$

Sa **décomposition** en puissance de 10 est donc :

$$1237 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

Exercice 1 ★

Effectuer la décomposition en puissance de 10 des nombres suivants :

15 = ...

12085 = ...

0136 = ...

9876543210 = ...

....

Système binaire

? Combien de symboles ont les ordinateurs pour coder les nombres ?

Définition

Le système binaire

Le **système binaire**, est un système de numération utilisant la base 2 avec un nombre exprimé sous forme de série de 0 et de 1

En base 2, tous les nombres sont représentés avec les deux symboles 0 et 1.
Il existe donc une correspondance entre les nombres écrits dans le système décimale (base 10) et dans le système binaire (base 2).

Base 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Base 2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

•Conversion binaire vers décimale

i Pour passer de l'écriture binaire d'un nombre à son écriture décimale, il faut passer par sa décomposition en puissance de 2.

Puissance de 2	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
Écriture décimale	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Exemple

Passage de binaire à décimale

$1101_{\overline{2}} = 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0$
$1101_{\overline{2}} = 1\times 8 + 1\times 4 + 0\times 2 + 1\times 1$

$$\mathbf{1101_{\overline{2}} = 13_{\overline{10}}}$$

Notation

Representation de la base

Lorsque c'est nécessaire, on précise la base utilisée :
$237_{\overline{10}}$ signifie que le nombre 237 est codé en base 10

Exemple : $1\,237_{\overline{10}} = 1\times 10^3 + 2\times 10^2 + 3\times 10^1 + 7\times 10^0$
$11_{\overline{2}} = 1\times 2^1 + 1\times 2^0 = 3_{\overline{10}}$

Exercice 2 Conversion en décimal.

Déterminer la décomposition en puissance de 2 des nombres suivants :

a) 11_2 = ...

b) 10110_2 = ...

c) 1010101_2 = ...

Exercice 3 Conversion en décimal.

Trouvez l'écriture décimale des nombres suivants :

a) 1001_2 = ...

b) 100101_2 = ...

c) 10111_2 = ...

Exercice 4 Conversion en décimal.

Trouvez l'écriture décimale des nombres suivants :

a) 101_2 = ...

b) 11011_2 = ...

c) 11110111_2 = ...

Notation

`Notation`

En Python, l'affichage des nombres binaires commencent par `0b`

Par exemple : 1101_2 s'affichera `0b1101`

•Conversion décimal vers binaire

Il y a 2 méthodes pour représenter les nombres décimaux en binaire :

- La première peut être rapide dans le cas de petit nombre.
- Pour les grands nombres, la seconde s'avère généralement plus efficace.

•• Méthode 1

1. Pour cette méthode, il est nécessaire de connaître les différentes puissances de 2

Écriture décimale	puissance de deux	Écriture en base 2
1	2^0	1
2	2^1	10
4	2^2	100
8	2^3	1 000
16	2^4	10 000
32	2^5	100 000
64	2^6	1 000 000
128	2^7	10 000 000
256	2^8	100 000 000
512	2^9	1 000 000 000
1024	2^{10}	10 000 000 000

2. Ensuite il faut écrire le nombre sous la forme d'une somme de puissances de 2.
   On commence toujours par la plus grande puissance de 2 inférieur au nombre à changer de base.

Exemple `Méthode 1 : Décompositions en puissance de 2`

Pour trouver l'écriture du nombre 25 en binaire, décomposons le à l'aide de puissances de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...)

$25 = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
$25 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 1$ ou $25 = 16 + 8 + 1$
$25 = 10\ 000 + 1000 + 1$

On a donc :

$$25_{\overline{10}} = 11001_{\overline{2}}$$

Exercice 5 Conversion en binaire.

Décompose à l'aide des puissance de 2 les nombres ci-dessous :
Rappel : Les puissances de 2 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128 ; 256 ; 512 ; 1024 ; ...

1. $9_{\overline{10}} =$ ....
2. $46_{\overline{10}} =$ ....
3. $235_{\overline{10}} =$ ....

Exercice 6 Conversion en binaire.

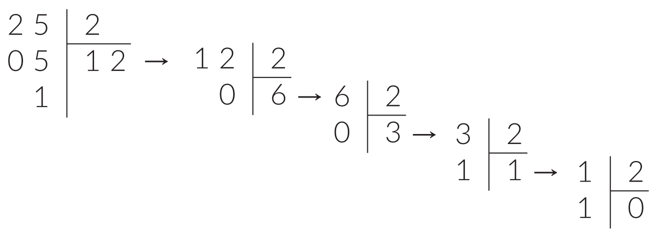
Déterminer l'écriture binaire des nombres décimaux ci-dessous :

- $7_{\overline{10}} =$ . . . .
  $7_{\overline{10}} =$ . . . .
  $7_{\overline{10}} =$ . . . .
- $35_{\overline{10}} =$ . . . .
  . . . .
  . . . .
- $58_{\overline{10}} =$ . . . .
  . . . .
  . . . .

Exemple

Méthode 2 : Divisions successives

Pour trouver l'écriture du nombre 25 en binaire,on va effectuer des divisions euclidiennes successives ayant 2 pour diviseur et le reste de chacune des divisions précédentes pour quotient.
On s'arrête quand le dividende est 1 ou 0.



pour reconstituer le nombre, on lit les restes de la droite vers la gauche.

$$25_{\overline{10}} = 11001_{\overline{2}}$$

Exercice 7

A l'aide de la seconde méthode, déterminer l'écriture binaire dont la représentation décimale est 788.

$788_{\overline{10}} =$ . . . .