

Exercices d'application : Fonction exponentielle



Propriété algébrique de la fonction exp

Rappels

- **R1** : $e^x \times e^y = e^{x+y}$
- **R2** : $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$
- **R3** : $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
- **R4** : $(e^x)^y = e^{x \times y}$

Exercice 3 p.187

3 À l'aide des propriétés algébriques de la fonction exponentielle, simplifier les expressions suivantes.

$$A = e^3 \times e^{-2} \times e^{-1}$$

$$B = \frac{e^6 \times (e^{-1})^3}{e^4}$$

$$C = \frac{1}{e^{-3}} \times \frac{1}{e^7}$$

$$D = (e^{-2})^2 \times e^{-5}$$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 4 p.187

4 Simplifier les expressions suivantes.

$$A = e^{2-2x} \times e^3$$

$$B = \frac{e^{3-x}}{(e^{x+2})^2}$$

$$C = \frac{1}{e^{2x}} \times \frac{1}{e^{-3x}}$$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 6 p.187

6 Résoudre les équations suivantes.

1. $e^{2x+1} = 1$

2. $e^{-3x+4} = e^{-x+2}$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 9 p.194

9 Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants, où x désigne un nombre réel.

$$A = (e^x)^5 \times e^{-x}$$

$$B = \frac{e^{2x-5}}{e^{2x-7}}$$

$$C = \frac{e^{3x}}{(e^x)^6 \times e}$$

$$D = \frac{e \times e^{2x-1}}{2e^{-x-2}}$$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 8 p.194

8 Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants, où x désigne un nombre réel.

$$A = e^{3x} \times e^{-4x}$$

$$B = \frac{1}{(e^{2x})^3}$$

$$C = \frac{1}{(e^{-x})^6}$$

$$D = \frac{1}{(e^{-x})^6}$$

$$E = \frac{e^{3-2x} \times (e^x)^5}{e^{x-2}}$$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 24 p.194

24 Démontrer que, pour tout réel x , on a :

$$\frac{e^{2x}-1}{e^x+1} = e^x \times \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-x}}.$$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 14 p.194

14 On considère la suite (u_n) définie pour $n \geq 0$ par :

$$u_n = e^{2-\frac{n}{3}}.$$

1. Calculer ses premiers termes de u_0 à u_3 puis conjecturer son sens de variation.
2. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
3. La conjecture précédente est-elle validée ? Justifier.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 38 p.196

- 38 En utilisant les propriétés de la fonction exponentielle, résoudre les équations suivantes.

- $\frac{e^{3x-1}}{e^{4x+4}} = e^{-x+2}$
- $e^{-x} = e^{2x+4} \times e^{-x}$
- $\frac{e^{-x-1} \times e^{3x+5}}{e^2} = e^{x+1}$
- $e^{-1} \times e^{-x-1} - e^{-x+4} = 0$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Dérivation de la fonction exp

Rappels

- R5 : Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$(e^x)' = e^x$$

- R6 : $(u \times v)' = u'v + uv'$
- R7 : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Exercice 8 p.187

- 8 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-2)e^x.$$

- Calculer la dérivée de la fonction f .
- Dresser son tableau de variation.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 16 p.195

- 16 Déterminer la fonction dérivée et étudier le sens de variation de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle I indiqué.

- $f(x) = x + e^x$ sur $I = \mathbb{R}$,
- $g(x) = \frac{e^x}{x}$ sur $I =]0; +\infty[$.
- $h(x) = xe^x$ sur $I = \mathbb{R}$.

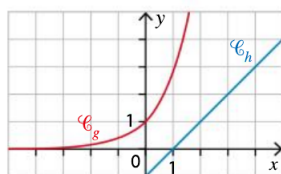
source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 17 p.195

- 17 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x - 1 - e^x.$$

- Déterminer l'expression de la fonction f' , dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
- Montrer que f admet un maximum dont on précisera la valeur.
- On a représenté ci-dessous les fonctions g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x$ et $h(x) = x - 1$.



Conjecturer la position relative des courbes représentant les fonctions g et h .
Justifier cette conjecture à l'aide du résultat obtenu à la question 2.

Exercice 30 p.196

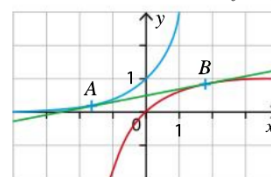
- 30 Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes.

- f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+4)e^{-x}$.
- g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (3x-2)e^{-2x}$.
- h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (3x - \frac{3}{2})e^{-3x}$.
- p définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = (-5x+4)e^{\frac{1}{3}x+2}$.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 33 p.196

- 33 On considère les fonctions f et g définies pour tout réel x par $f(x) = e^x$ et $g(x) = 1 - e^{-x}$.
On a tracé dans un repère orthonormé, les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g .



Ces courbes semblent admettre deux tangentes communes dont on admettra l'existence.

On note D l'une de ces deux tangentes communes. Cette droite est tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse a et tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point B d'abscisse b .

- Exprimer en fonction de a le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A .
- Exprimer en fonction de b le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point B .
- En déduire que $b = -a$.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice Fonctions hyperboliques

La fonction cosinus hyperbolique, notée $\cosh$, est définie par :

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- Déterminer la dérivée de cette fonction. On la notera $\sinh$.
- Montrer que, pour tout réel x , on a :

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

- Montrer que la fonction $\cosh$ est paire et que la fonction $\sinh$ est impaire.

source : Barbazo - 1ère Spécialité