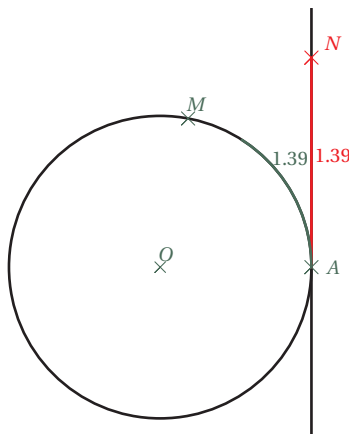


Le cercle trigonométrique

Définition

Cercle trigonométrique

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1 qu'on parcourt dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, appelé le **sens direct**.



Propriété

Enroulement d'une droite autour du cercle trigonométrique

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère le cercle trigonométrique et une droite (AC) tangente au cercle en A et orientée telle que $(A, \vec{j})$ soit un repère de la droite.

Si l'on "enroule" la droite autour du cercle, on associe à tout point N d'abscisse x de la droite orientée un unique point M du cercle.

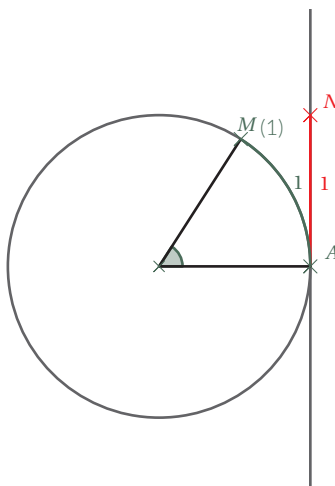
La longueur de l'arc $\widehat{AM}$, est ainsi égale à la longueur AN .

Le radian

La longueur du cercle trigonométrique est égale à 2π ($\mathcal{P} = 2\pi R = 2\pi \times 1 = 2\pi$).

Ainsi, à un tour complet sur le cercle, on peut faire correspondre le nombre réel 2π .

On définit alors une nouvelle unité d'angle : le **radian**, tel qu'un tour complet mesure 360° ou 2π radians.



Définition

Radian

On appelle **radian**, noté rad, la mesure de l'angle au centre qui intercepte un arc de longueur 1 du cercle.

Correspondance degrés et radians

Ainsi, à 2π radians (tour complet), on fait correspondre un angle de 360° .

Angle en degré	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
Angle en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π



Exercice 1

- Donner la mesure en radians de l'angle a de mesure 33° .
- Donner la mesure en degrés de l'angle b de mesure $\frac{3\pi}{8}$

Correction
en vidéo :



Exercice 2

1

Recopier et compléter le tableau suivant.

Mesure en degré	90	210	...	...	15	...
Mesure en radian	...	...	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{55\pi}{2}$

Mesure d'un angle orienté

À plusieurs points de la droite orientée on peut faire correspondre un même point du cercle.

La droite orientée peut en effet s'enrouler plusieurs fois autour du cercle dans un sens et dans l'autre.

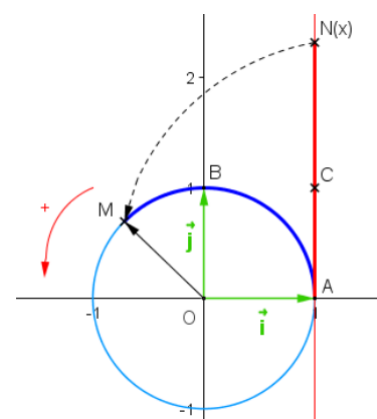
Exemple

- Ci-contre, les points N et P d'abscisses $\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{5\pi}{4}$ correspondent tous les deux au point M.

En effet : $\frac{3\pi}{4} + 2\pi = -\frac{5\pi}{4}$

- On pourrait poursuivre le processus dans l'autre sens en effectuant deux tours successifs. Ainsi, les points d'abscisses $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{19\pi}{4}$ correspondent au point M.

En effet : $\frac{3\pi}{4} + 4\pi = \frac{19\pi}{4}$





Exercice 3

Complète le tableau suivant par proportionnalité :

- Placer sur le cercle trigonométrique, le point M tel que l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ mesure $\frac{9\pi}{4}$ rad
- Placer sur le cercle trigonométrique, le point N tel que l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{ON})$ mesure $\frac{8\pi}{3}$ rad

Correction
en vidéo :



Mesure principale d'un angle orienté

” On a vu qu'un angle possède plusieurs mesures. Si θ est une mesure de l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ alors les angles $\theta + 2\pi$, $\theta + 4\pi$, $\theta - 2\pi$ le sont aussi.

De manière général, $\theta + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$, est une mesure de l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$. On dit que l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ est égal à θ modulo 2π .

Définition

Mesure principale

La mesure principale d'un angle orienté est la mesure, qui parmi toutes les autres, se situe dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

Exemple

Une mesure d'un angle orienté est $\frac{7\pi}{4}$.

D'autres mesures sont $\frac{7\pi}{4} - 2\pi$, $\frac{7\pi}{4} - 4\pi$, $\frac{7\pi}{4} - 6\pi$, ... soit $-\frac{\pi}{4}$, $-\frac{9\pi}{4}$, $-\frac{17\pi}{4}$, ...

$-\frac{\pi}{4}$ est la mesure principale de cet angle orienté car c'est la seule comprise entre $]-\pi; \pi]$



Exercice 4 : Donner la mesure principale d'un angle

Correction
en vidéo :



Donner la mesure principale de l'angle $\frac{27\pi}{4}$



A faire :

- Exercice 4
- Exercice 5
- Exercice 9