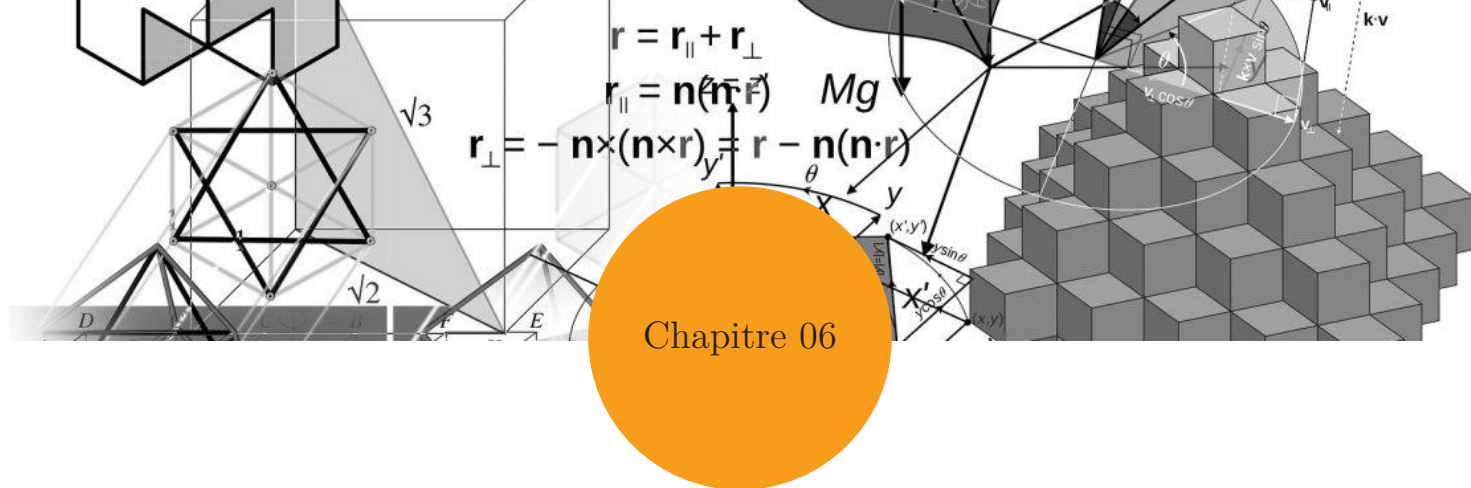




Chapitre 06

Exercice 1

Donner la fonction dérivée des fonctions suivantes en précisant le domaine de définition et de dérivabilité.

- $n(x) = \sqrt{3}x^2 - \pi x + \frac{1}{3}$
- $p(x) = (2x^2 - x + 1)(-7x + 8)$
- $r(x) = \frac{3x-7}{x}$
- $s(x) = \frac{x+5}{2x-1}$
- $t(x) = \frac{x^2+3x-7}{x+5}$
- $w(x) = \frac{5\sqrt{x}}{7-3x}$

Exercice 2

Donner la fonction dérivée des fonctions suivantes en précisant le domaine de définition et de dérivabilité.

- $n(x) = (-5 + 3x)^7$
- $p(x) = (8 - x)(2x^2 - x + 7)$
- $r(x) = \frac{x^2}{x}$
- $s(x) = \frac{7x+2}{x-1}$
- $t(x) = \frac{-2x^2+x-1}{7x+1}$
- $w(x) = \frac{5}{2-7x}$

Exercice 3

Raisonnement, chercher

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x}.$$

1. Expliquer pourquoi la fonction f est définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.
2. Montrer que $f'(x)$ est du signe de $x^2 - 1$.
3. En déduire le signe de f' sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.
4. En déduire le tableau de variation de f .
5. Tracer sur l'écran de la calculatrice la courbe représentative de f pour vérifier le tableau.

Exercice 4

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[0; 8]$. Le tableau de signes de $f'(x)$ est le suivant.

x	0	3	8
$f'(x)$	+	0	-

- Sachant que $f(2) = 0$ et $f(8) = 3$, dresser le tableau de variation et le tableau de signes de f .

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $[-3; 2]$ par :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 4.$$

1. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variation de f sur $[-3; 2]$.
3. Quel est le maximum de f sur $[-3; 2]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?
4. Quel est le minimum de f sur $[-3; 2]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?

Exercice 6

On considère la fonction g définie sur $[-3; 2]$ par :

$$g(x) = \frac{3x+2}{x+6}.$$

1. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variation de g sur $[-3; 2]$.
3. Quel est le maximum de g sur $[-3; 2]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?
4. Quel est le minimum de g sur $[-3; 2]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?

Exercice 7

On veut montrer que pour tout réel $x \in]-\infty; 3]$, $\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2 \leq 4$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2.$$

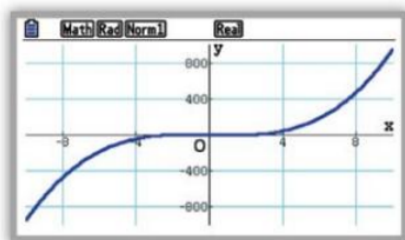
1. Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
2. Quel est le maximum de f sur $]-\infty; 3]$?
3. Conclure.

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 5x.$$

On a obtenu à la calculatrice, la courbe suivante.



1. Que peut-on conjecturer sur les variations de la fonction f ?
2. On souhaite démontrer la conjecture précédente.
 - a. Calculer $f'(x)$.
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$.
 - c. Déterminer le tableau de variation de f .
 - d. Conclure.

Exercice 9

Bénéfice d'un artisan

Un artisan fabrique des objets. Il ne peut en produire plus de 70 par semaine.

Le coût de production, en euro, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 70]$ par :

$$C(x) = 0,01x^3 - 1,05x^2 + 91x + 225.$$

Chaque objet est vendu 80 euros.

1. a. Quel est le montant des coûts fixes pour cet artisan ?
- b. Combien lui coûte la production de 25 objets ?
- c. Vérifier que la fonction C est croissante sur l'intervalle $[0 ; 70]$.
2. Le bénéfice, en euro, qu'il retire de la production et de la vente de x objets, est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 70]$.
 - a. Exprimer $B(x)$ en fonction de x .
 - b. Vérifier que $B(25) = 0$.
3. Étudier les variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 70]$.
 - a. En déduire le nombre d'objets que l'artisan doit vendre et produire pour gagner de l'argent.
 - b. En déduire le nombre d'objets que l'artisan doit vendre et produire pour que son bénéfice soit maximal.

Exercice 10

Modéliser

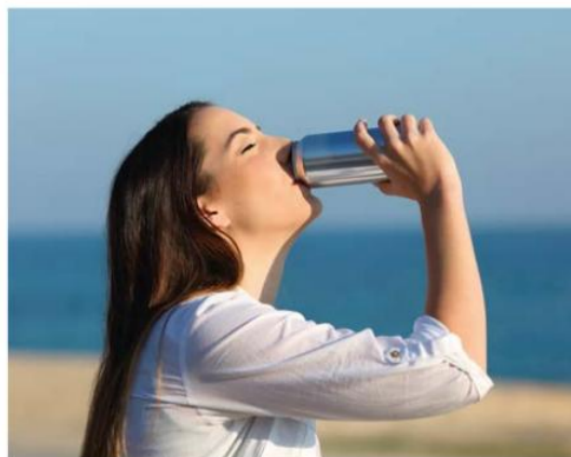
Une fenêtre se compose d'un rectangle surmonté d'un triangle isocèle rectangle. Le périmètre de sa partie rectangulaire est égal à trois mètres.

- Quelles doivent être les dimensions de la fenêtre pour qu'elle donne un éclairage maximal ?



Exercice 11

Etude marketing



Une marque de soda a lancé une vaste campagne de publicité pour promouvoir une nouvelle boisson auprès des jeunes.

La fréquence des jeunes connaissant ce nouveau soda est modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = \frac{2t+1}{2t+4},$$

où t désigne le nombre de mois écoulés depuis le début de la campagne.

1. Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent cette boisson au début de la campagne ? Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent cette boisson au bout d'un mois ?
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0,75$.
Interpréter le résultat obtenu.
4. Au bout de combien de mois plus de 90 % des jeunes connaîtront-ils cette nouvelle boisson ?

Exercice 12

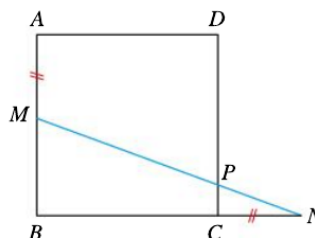
$ABCD$ est un carré de côté 1.

M est sur le segment $[AB]$.

On place le point N tel que $CN = AM$ sur la demi-droite $[BC]$ à l'extérieur du segment $[BC]$.

La droite (MN) coupe (DC) en P .

On pose $AM = x$ avec $0 \leq x \leq 1$.



Le but de l'exercice est de trouver M sur $[AB]$ tel que la distance PC soit maximale.

1. Exprimer BM et BN en fonction de x .
2. Montrer que $PC = \frac{-x^2 + x}{x+1}$.
3. En déduire la position du point M maximisant la longueur PC .