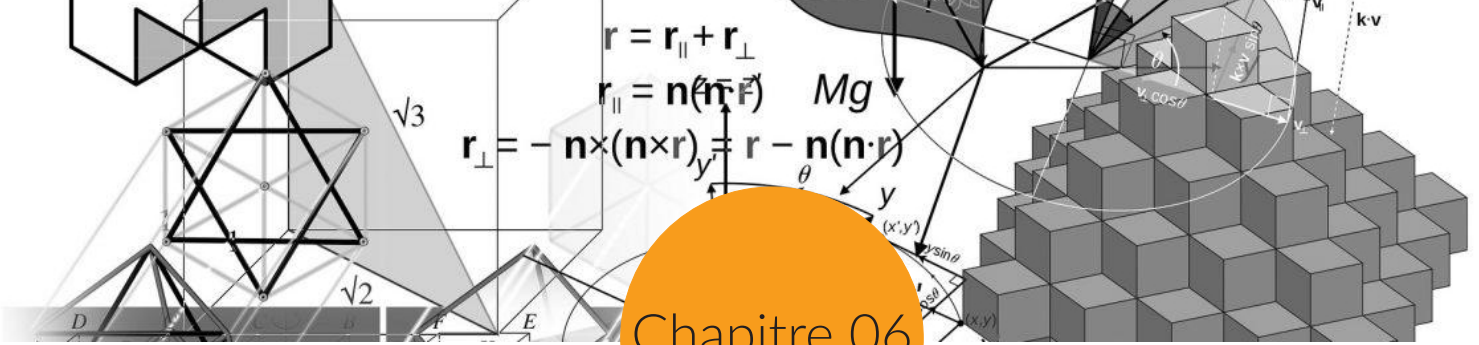




Rappel

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle $I \subset \mathbb{R}$, ouvert, soit a un réel de l'intervalle I . On dit que f est dérivable en a si :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ existe dans } \mathbb{R}$$

Cette limite est alors appelée le **nombre dérivé** de la fonction f au point a et noté $f'(a)$.

Propriété

Soit f une fonction, et I un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$, soit $a \in I$. On suppose que f est dérivable en a . La droite passant par le point $A(a; f(a))$ et dont le coefficient directeur est $f'(a)$ est appelé **tangente** à la courbe au point d'abscisse a . Son équation est alors :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Dérivée et variation

Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle $I \subset \mathbb{R}$, ouvert, et a un réel de l'intervalle I .

- Si $f'(x)$ est positive sur I alors la fonction est croissante sur l'intervalle I .
- Si $f'(x)$ est négative sur I alors la fonction est décroissante sur l'intervalle I .

Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle $I \subset \mathbb{R}$, ouvert, et a un réel de l'intervalle I .

- Si f admet un extremum en a , alors $f'(a) = 0$.



La réciproque n'est pas vraie (cf : la fonction x^3)

Fonction dérivée

Définition

Une fonction qui est dérivable en chaque point d'un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$ est dite dérivable sur cet intervalle. Elle est donc notée $f'(x)$.

La fonction qui à chaque x associe $f'(x)$ est appelée la fonction dérivée de f .

♥ Fonctions dérivées usuelles

Propriété

Soit u et v deux fonctions dérivables sur I .

Fonction f	Domaine de dérivabilité	Dérivée
$a \in \mathbb{R}, f(x) = a$	Dérivable sur $\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	Dérivable sur $\mathbb{R}$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	Dérivable sur $\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	Dérivable sur $\mathbb{R}$	$f'(x) = 3x^2$
$n \in \mathbb{N}, f(x) = x^n$	Dérivable sur $\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$f(x) = \frac{x}{x^2}$	Dérivable sur $\mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = \sqrt{x}$	Dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

♥ Opérations sur les dérivées

Propriété

Soit u et v deux fonctions dérivables sur I .

$u + v$ est dérivable sur I	$(u + v)' = u' + v'$
ku avec $k \in \mathbb{R}$ est dérivable sur I	$(ku)' = ku'$
$u \times v$ est dérivable sur I	$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$
$\frac{1}{u}$ est dérivable sur I	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ Attention il faut évidemment $u(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$.
$\frac{u}{v}$ est dérivable sur I	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ Attention il faut évidemment $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$.

Exercices d'applications

Exercice 1 ★

Déterminer la dérivée de la fonction f définie par :
 $f(x) = 3x^4 - 2\sqrt{x}$

Correction en
vidéo :



Exercice 2 ★

Déterminer la dérivée de la fonction f définie par :
 $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 4x + 7$

Correction en
vidéo :



Exercice 3 ★

Déterminer la dérivée de la fonction f définie par :
 $f(x) = (x+1)(3-2x^2)$

Correction en
vidéo :



Exercice 4 ★

Déterminer la dérivée de la fonction f définie par :
 $f(x) = \frac{1}{3x^4 + 1}$

Correction en
vidéo :



Exercice 5 ★

Déterminer la dérivée de la fonction f définie par :
 $f(x) = \frac{1-x^2}{3x-4}$

Correction en
vidéo :



Exercice 6 ★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 12x + 5$
Étudier les variations de f .

Correction en
vidéo :



Exercice 7 ★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 7x - 6$

- Étudier les variations de f .
- Dresser son tableau de variations Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[4 ; 6]$? sur l'intervalle $[-10 ; 6]$?

Correction en
vidéo :

