

• Expression d'une suite

Exercice 1 Calcul de termes

1. Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $U_n = 2n^2 - 1$.
Calculer U_0 , U_1 et U_5 .

2. Soit (V_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $V_n = \frac{n+1}{n}$.
Calculer V_1 et V_5 .

3. Soit (W_n) la suite définie pour $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} W_0 = 3 \\ W_{n+1} = 4W_n + 2 \end{cases}$$

Calculer W_1 , W_2 et W_4 .

Exercice 2 Algorithmique

On considère les trois fonctions Python ci-dessous :

```
1 def terme_u(n):
2     u = 3
3     for k in range(n):
4         u = 2*u + 3
5     return u
```

```
1 def terme_v(n):
2     return n**2 + 3*n + 1
```

```
1 def terme_w(n):
2     u = 3
3     for k in range(n):
4         u = 1/u - 1
5     return u
```

Qu'obtient-on lorsqu'on appelle `terme_u(5)`, `terme_v(4)` et `terme_w(3)` ?

Exercice 3

Une solution contient 5000 bactéries à l'instant $n = 0$.

À chaque minute, la population augmente de 15% et, dans ce même temps, 100 bactéries meurent. On note (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ qui, à n , associe U_n , le nombre de bactéries après n minutes.

1. Calculer U_1 puis U_2 .
2. Déterminer l'expression de U_{n+1} en fonction de U_n .
3. On souhaite savoir combien de minutes sont nécessaires pour que la population de bactéries dépasse 30000. Recopier et compléter les lignes 4, 5, 6 et 7 du programme ci-dessous pour répondre à cette question.

```
1 def seuil():
2     n = 0
3     u = 5000
4     while u <= .....:
5         n = .....
6         u = .....
7     return .....
```

4. L'appel `seuil()` renvoie la valeur 14. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

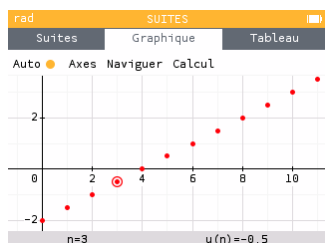
Exercice 4 ★★ Démontrer

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par $U_n = (n+2)^2$ et la suite (V_n) définie par $V_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n , $V_{n+1} = V_n + 2n + 5$.

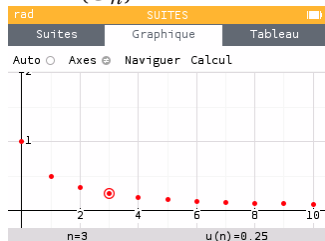
1. Calculer U_0 , U_1 , U_2 et U_3 , puis calculer V_1 , V_2 et V_3 .
2. Quelle conjecture peut-on faire ?
3. Démontrer votre conjecture.

Exercice 5

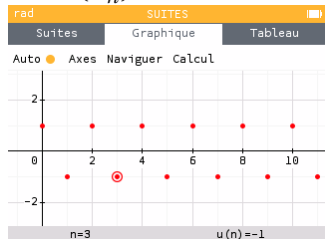
Pour chacune des représentations graphiques ci-dessous, conjecturer les variations de la suite représentée.



Suite (U_n)



Suite (V_n)



Suite (W_n)

Exercice 6

- À l'aide de la calculatrice, calculer les cinq premiers termes (de U_0 à U_4) de la suite (U_n) définie par $U_n = (n+1)(n-11)$. Quelle conjecture peut-on faire sur les variations de cette suite ?
- Calculer U_{10} . Conclure.

Exercice 7 Savoir-faire 2

- La suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par $U_n = n^2 + 3n - 5$. Montrer que la suite (U_n) est croissante.
- La suite (V_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} V_0 = 3 \\ V_{n+1} = V_n - n^2 \end{cases}$$

Montrer que la suite (V_n) est décroissante.

Exercice 8 Sf-2 - ★

On considère la suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$U_n = n^2 + n.$$

Montrer que la suite (U_n) est croissante en étudiant la différence $U_{n+1} - U_n$.

Exercice 9 Sf-2 - ★

On considère la suite (V_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$V_n = \frac{n+3}{n+1}.$$

Déterminer le sens de variation de (V_n) en étudiant la différence $V_{n+1} - V_n$.

Exercice 10 Sf-2 - ★★

On considère la suite (W_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$W_n = 3^n - n.$$

Déterminer le sens de variation de (W_n) en étudiant la différence $W_{n+1} - W_n$.

Exercice 11 Sf-2 - ★★

On considère la suite (X_n) définie par

$$\begin{cases} X_0 = 2, \\ X_{n+1} = X_n - \frac{1}{(n+1)^2} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Montrer que la suite (X_n) est décroissante en étudiant la différence $X_{n+1} - X_n$.

Exercice 12

Étudier les variations de la suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $U_n = n - \frac{1}{n}$.

Exercice 13

Déterminer le sens de variation des suites définies sur $\mathbb{N}^*$ par les formules suivantes :

$$U_n = 3 - 6n \quad V_n = n^2 \quad W_n = \frac{1}{n}$$

Exercice 14

Étudier les variations de la suite (U_n) , de termes strictement positifs, définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $U_n = \frac{2^n}{7n}$.